



## ПРОЕКТИРАНЕ НА СИНХРОНИЗАЦИОННИ СХЕМИ С НЕПОСТОЯННА ВРЪЗКА МЕЖДУ ДВЕ ХАОТИЧНИ СИСТЕМИ НА CHEN

### DESIGN OF SYNCHRONIZATION SCHEMES WITH IMPERMANENT COUPLING BETWEEN TWO CHEN CHAOTIC SYSTEMS

Драгомир Чантов\*  
ТУ-Габрово

Статията е постъпила на 21 март 2015 г.; приета за отпечатване на 08 юли 2015 г.

#### Abstract

*The aim of this paper is to present an approach to design chaotic synchronization schemes with the possible most "economical" coupling between the master and the slave chaotic systems. The first point is to implement a coupling, in which only one of the master's variables is used as a synchronization signal. To achieve this the so-called combined synchronization approach, proposed by the author earlier, is used. The second point is to investigate if a chosen coupling can be applied not continuously, as usual, but only for very short periods of time. Is this is possible, the real coupling between the master and the slave systems will exist only occasionally, but they will be constantly synchronized.*

**Keywords:** chaotic synchronization; combined chaotic synchronization approach, impermanent coupling.

#### ВЪВЕДЕНИЕ

Съществува голямо разнообразие от задачи, свързани с проектирането на хаотични синхронизационни схеми. При една част от тях акцентът е поставен върху това какъв вид синхронизация ще се получи. При базовия тип, наречен идентична синхронизация, динамиката на две или повече синхронизирани хаотични системи е идентична [1]. При изместената синхронизация функциите на разсъгласуване между двете хаотични системи са константи [2]. При осцилиращата синхронизация функции на разсъгласуване са периодични [1,2]. При частичната синхронизация се синхронизират само част от променливите на хаотичните системи [3]. При фазовата синхронизация се цели синхронизирането на две хаотични системи само по фаза [4].

При друга част от задачите за хаотична синхронизация се търси управление, с помощта на което две разнотипни хаотични системи да синхронизират по сложен начин динамиката си. Такава синхронизация се нарича обобщена [5].

Съществуват различни синхронизационни методи, например метод Ресога-Сагтол [6-8], методи с активно-пасивна [9], линейно-нелинейна [10] или произволна декомпозиция [11]; методи с различни видове обратни връзки [12] и др. Характерно за методите за хаотична синхронизация е, че не съществува универсален метод, който за всеки конкретен модел на хаотична система да гарантира постигането на желаната форма на синхронизация между две или повече системи, изградени на основата на този модел. Много често метод, който дава отлични резултати за даден модел, има незадоволителни характеристики при прилагането му върху друг модел на хаотична система.

При някои хаотични системи няма пълен достъп до вектора на състоянието им. Често е достъпна само една хаотична променлива. Тогава задачата за синтез на синхронизационна схема на основата на този модел на хаотична система допълнително се усложнява. От друга страна, дори и при пълен достъп до вектора на състоянието, понякога е по-добре само една от променливите на състоянието на хаотичната система да се използва в ролята на синхронизиращ сигнал към втората хаотична система, т.е. цели се „икономичност“ на връзката. Тази концепция е доразвита до идеята за „непостоянна връзка“ между хаотичните системи, т.е. хаотичният синхронизиращ сигнал да се подава не непрекъснато към подчинената хаотична система, а само в рамките на кратки импулси през определен период. Известни са някои предложения за такъв тип свързване [13-15]. Освен, че по този начин се постига още по-голяма икономичност на връзката между синхронизиращите се хаотични системи, времето, през което не се подава синхронизиращ сигнал към подчинената система, може да се използва за подаване например на информационен сигнал, ако на базата на синхронизационната схема е изградена хаотична комуникационна система.

В статията е предложен подход за синтез на синхронизационни схеми на основата на хаотичния модел на Chen, при който връзката между системите е само по една променлива на състоянието и е от непостоянен тип. Използван е метод за синхронизация, наречен „комбиниран метод“ и предложен от автора по-рано, който предлага голямо множество различни варианти за връзка между системите, които ще се синхронизират, като съответно така има и повече възможности за намиране на вариант на връзка само по една променлива.

\* e-mail: dchantov@yahoo.com

След подробно аналитично и симулационно тестване на отделните варианти, измежду тези с връзка само по една променлива е избран този, при който синхронизацията е най-бърза. На основата на този вариант е реализиран и следващият етап от поставената задача, а именно прилагането на избрания вариант според принципа на непостоянната връзка само за кратки интервали през определени периоди от време. Всички симулации са извършени с помощта на програмния продукт Simulink.

**ИЗЛОЖЕНИЕ**

При синтеза на хаотични синхронизационни схеми обикновено се разглежда случаят на две идентични непрекъснати хаотични системи с еднакви набори от параметри и различни начални условия, с еднопосочна връзка между тях. Системата, която осигурява синхронизиращия сигнал и чрез него подчинява динамиката на втората хаотична система към своята, се нарича управляваща, а другата – подчинена. В най-общ вид математичните модели на управляващата и подчинената системи се дават със следния запис във векторно-матрична форма:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \tag{1}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t), \tag{2}$$

където  $\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{R}^n$  са векторите на състоянието на управляващата (1) и подчинената (2) системи, а  $\mathbf{f}$  е нелинейна функция.

В зависимост от начина на прилагане на свързващия сигнал към подчинената система методите за хаотична синхронизация се делят на декомпозиционни и такива с обратна връзка.

При декомпозиционните методи моделът (1) мислено се декомпозира на две части по определен признак, като едната част формира синхронизиращия сигнал и се замества директно в модела (2):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x}), t), \tag{3}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{h}(\mathbf{x}), t), \tag{4}$$

където  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  е общата част между двете системи и съответно синхронизиращия сигнал.

При методите с обратна връзка не се извършва декомпозиция на системата (1) както при декомпозиционните методи. Системите (1) и (2) имат идентична структура, като те се свързват посредством допълнителна, в частност линейна, връзка към системата (2). Управляващата система има вида (1), а подчинената е:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, t) + \alpha \mathbf{E}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}), \tag{5}$$

където  $\alpha$  вектор с коефициенти на връзката, а  $\mathbf{E}$  е квадратна матрица с размерност  $n$  (матрица на връзката), която определя линейната комбинация от компонентите на вектора  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)$ , които ще бъдат използвани при конкретна връзка.

При комбинирания метод за синхронизация, предложен от автора, управляващата и подчинената хаотични системи в синхронизационната схема се получават при комбиниране на декомпозиционен метод, наречен метод с частично заместване, с метод с обратна връзка, и са във вида:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, x_i, t), \tag{6}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, x_i, t) + \alpha \mathbf{E}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}), \tag{7}$$

където  $x_i$  е променлива от управляващата система, която според метода на частичното заместване замества съответстващата ѝ променлива от подчинената система само на една позиция в модела ѝ, а матрицата на връзката  $\mathbf{E}$  е само с един ненулев елемент (единица) по главния диагонал.

Синтезът на синхронизационна схема от вида (6)-(7) дава възможност за тестване на множество варианти за връзки между двете системи – техният брой е няколко пъти по-голям от броя варианти при прилагане на конвенционалните декомпозиционни методи или методи с обратна връзка. Ще се приема, че двете системи (6) и (7) са идентично синхронизирани, ако за дадена връзка се изпълнява условието:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0, \tag{8}$$

където  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)$  е векторът с функции на разгласуване между системите (6) и (7).

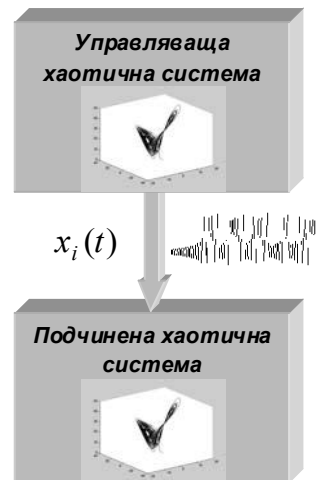
На фиг. 1 е показан принципът на хаотичната синхронизация за частния случай на връзка само по една променлива на състоянието на управляващата система  $x_i(t)$ .

Връзката само по една променлива удовлетворява критерия „икономичност“ – при някои системи не е целесъобразно по икономически или други причини да се проектират синхронизационни схеми с „тежки“ връзки по много променливи или просто в управляващата система има физически достъп само до една от променливите ѝ. Големото множество от възможни варианти за синтез на връзката, които дава комбинираният метод (6)-(7) увеличава възможността за намиране на варианти на връзка само по една променлива.

Показателят „икономичност на връзката“ би могъл да се подобри още повече, ако се намери начин не за непрекъсната връзка между системите, какъвто е класическият случай, а за кратки синхронизиращи импулси през възможно по-големи периоди от време. Тази концепция може да се приложи върху комбинирания метод за синхронизация (6)-(7).

Нека управляващата хаотична система отново е от вида (6), а подчинената система (7) се модифицира по следния начин:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, u_i, t) + \alpha \mathbf{E}(\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{x}}), \tag{9}$$



Фиг. 1. Хаотична синхронизация с връзка само по една хаотична променлива

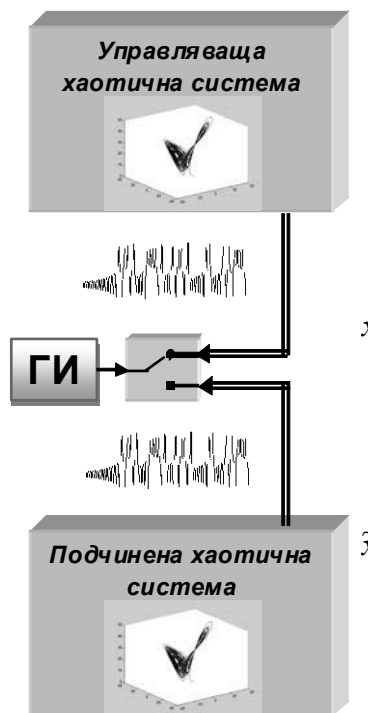
където  $\mathbf{u}$  е периодична функция с период  $T$  със следната конфигурация:

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \mathbf{x}, & t \in T_{\text{syn}}, \\ \tilde{\mathbf{x}}, & t \notin T_{\text{syn}}, \end{cases} \quad (10)$$

където с  $T_{\text{syn}} \in T$  е означено времето, през което двете системи са свързани според избрания по комбинирания синхронизационен метод вариант на връзка. С други думи  $T_{\text{syn}}$  е продължителността на синхронизиращия импулс.

От (10) се вижда, че през времето от края на  $T_{\text{syn}}$  до края на периода  $T$  връзка между управляващата и подчинената системи няма и тогава подчинената система е напълно автономна. При синтез на хаотична синхронизационна схема на основата на даден модел на хаотична система ще се търси (по опитен път) възможно най-малката големина на синхронизиращите импулси  $T_{\text{syn}}$ , за да се постигне максимална икономичност на връзката.

На фиг. 2 е показан принципът на хаотичната синхронизация с непостоянна връзка за синхронизационна схема от типа (6)-(9). С **ГИ** е означен генератор на импулси, който определя моментите на подаване на синхронизиращия импулс  $T_{\text{syn}}$  към подчинената система. В моментите, когато към подчинената система не постъпва сигнал от управляващата система, според (10) в структурата на подчинената система трябва отново да се възстанови нейната променлива  $\tilde{x}_i(t)$  на позициите, на които е била подавана управляващата променлива  $x_i(t)$  в рамките на  $T_{\text{syn}}$ . При това дясната част на (9) отпада (тъй като в скобите се получава  $\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}$ ), а лявата част се трансформира в оригиналния автономен модел на подчинената система без връзката по  $x_i(t)$  от управляващата система.



Фиг. 2. Хаотична синхронизация с непостоянна връзка по една хаотична променлива

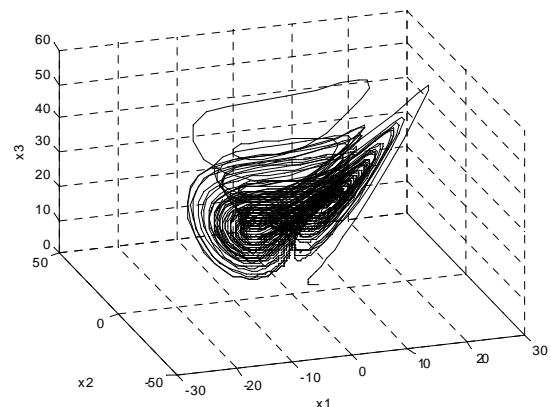
Схемата от фиг. 2 дава само най-обща представа за принципа на хаотична синхронизация с непостоянна връзка. Управляващата и подчинената системи може да са физически на едно и също място или да не са. Типичен пример за втория случай са хаотичните комуникационни системи, където управляващата система е в предавателя, а подчинената – в приемника на комуникационната система. При този случай има две принципно различни възможности за реализирането на метода с непостоянна връзка. При първата **ГИ** физически може да е на мястото, където е управляващата система. Тогава в моментите, различни от  $T_{\text{syn}}$ , към подчинената система не се предава нищо. За да може тя да продължи да функционира нормално, при това в режим на синхронизация с управляващата система, е необходимо физически при подчинената система да се реализира детектор, който да следи дали към нея постъпва сигнал от управляващата система. Ако такъв не постъпва, то се реализира заместването на  $x_i(t)$  с  $\tilde{x}_i(t)$  на всички места в модела на подчинената система, където е необходимо. Така подчинената система става автономна, но динамиката ѝ е синхронизирана с тази на управляващата до края на интервала  $T$ . При другия вариант **ГИ** физически може да е при подчинената система.

За основа на синтезираната синхронизационна схема е избрана хаотичната система на Chen [16]. Моделът ѝ е близък до този на популярната система на Lorenz [17], описваща процесите на топлинна конвекция в атмосферата, но е без пряк физически смисъл. Системата на Chen е непрекъсната система от трети ред със следния модел:

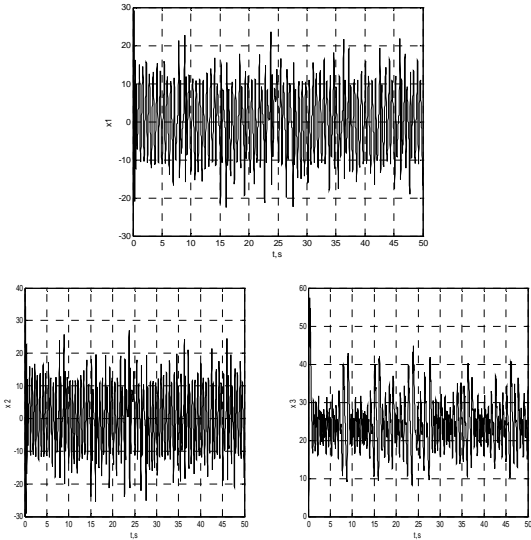
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= (c - a)x_1 - x_1x_3 + cx_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - bx_3, \end{aligned} \quad (11)$$

където за стойности на параметрите  $a=35$ ,  $b=3$  и  $c=28$  системата има хаотично поведение.

На фиг. 3 е показан хаотичният атрактор на системата, получен при симулация на модела (11) с помощта на програмния продукт Matlab (Simulink). Началните условия на системата  $\mathbf{x}(0) = [5 \ 2 \ 1]^T$  са избрани произволно. На фиг. 4 са показани времевите характеристики на отделните променливи на системата  $x_i(t)$ .



Фиг. 3. Хаотичен атрактор на системата на Chen

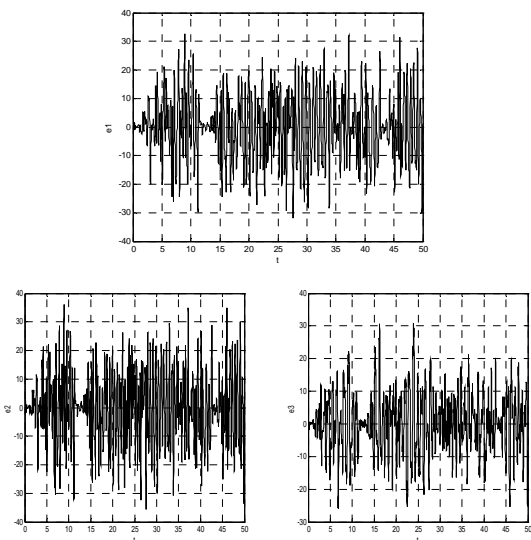


Фиг. 4. Времени характеристики  $x_i(t)$

Ако са дадени две идентични системи на Chen, една от които е (11), а другата:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= a(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= (c - a)\tilde{x}_1 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + c\tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - b\tilde{x}_3, \end{aligned} \quad (12)$$

и между тях няма връзка, то дори тези системи да се стартират от много близки начални условия, например  $\mathbf{x}(0) = [5 \ 2 \ 1]^T$  и  $\tilde{\mathbf{x}}(0) = [5.1 \ 2.1 \ 1.1]^T$ , тяхната динамика няма да е синхронна. На фиг. 5 са показани функциите на разсъгласуване  $e_i(t) = x_i(t) - \tilde{x}_i(t)$  за  $i = 1 \div 3$ , получени при симулиране на системите (11),(12) в Simulink. Вижда се, че независимо, че разликите в началните условия на двете системи са незначителни, още в първите секунди всяка от тях започва да извършва съвсем различни хаотични движения от тези на другата и функциите на разсъгласуване реално също имат хаотичен характер.



Фиг. 5. Функции на разсъгласуване  $e_i(t)$  на две несвързани хаотични системи на Chen

При проектирането на синхронизационната схема моделът (11) ще се приема за управляващата система (6). При прилагане на комбинирания метод за хаотична синхронизация (6), (7) за модела на Chen са възможни 27 различни варианти за връзка между управляващата и подчинената системи. Този брой се получава при умножаване на броя комбинации на метода с частично заместване за този модел (9, тъй като в десните части на модела (11) има 9 индивидуални позиции, на които се срещат променливи на състоянието, съответно има 9 възможности за частично заместване в подчинената система) по броя комбинации на метода с обратна връзка (3, ако се приеме ограничението за матрица на връзката  $\mathbf{E}$  със само с един ненулев елемент (единица) по главния диагонал). От тези 27 варианта 9 са с връзка само по една променлива. При един от тях синхронизационната схема се състои от управляваща система (11) и следната подчинена система:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= a(\tilde{x}_2 - x_1) + \alpha_1(x_1 - \tilde{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= (c - a)\tilde{x}_1 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + c\tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - b\tilde{x}_3, \end{aligned} \quad (13)$$

т.е. комбинира се връзка от тип частично заместване с променлива  $x_1(t)$  в първото уравнение на подчинената система и връзка по метода на обратната връзка към първото уравнение на (13) отново с променлива  $x_1(t)$ .

Системата от разсъгласуването се получава при изваждане на уравненията (13) от тези на (11) и заместване на  $x_i - \tilde{x}_i$  с  $e_i$ :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= ae_2 - \alpha_1 e_1, \\ \dot{e}_2 &= (c - a)e_1 - x_1 e_3 - x_3 e_1 + e_1 e_3 + ce_2, \\ \dot{e}_3 &= x_1 e_2 + x_2 e_1 - e_1 e_2 - be_3, \end{aligned} \quad (14)$$

където  $\tilde{x}_i$  в произведенията  $\tilde{x}_1\tilde{x}_3$  и  $\tilde{x}_1\tilde{x}_2$  са заместени с изразите  $\tilde{x}_i = x_i - e_i$ .

Един от начините за установяване на устойчивостта на синхронизационната схема (11)-(13) е да се провери устойчивостта на системата от разсъгласуването при линеаризацията ѝ в точката  $\mathbf{e} = 0$ , което според (8) ще е атестат за постигане на идентична синхронизация. Якубианът при линеаризирането на системата (14) в т.  $\mathbf{e} = 0$  е:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{x}}|_{\mathbf{e}=0} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & a & 0 \\ c - a - x_3 + e_3 & c & -x_1 + e_1 \\ x_2 - e_2 & x_1 - e_1 & -b \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Якубианът (15) зависи от променливите  $x_i(t)$ , следователно точно изчисляване на собствените стойности на (15) не е възможно. Установено е, че при заместване на  $x_i(t)$  с техните средни стойности за достатъчно голям времеви интервал, при което якубианът вече ще съдържа само константи, и изчисляване на собствените му стойности, по техния знак с достатъчно голяма степен на достоверност може да се съди за устойчивостта на синхронизационната схема. За системата на Chen са пресметнати средните стойности на променливите

$x_i(t)$  за време от 200 s, което за тази система е достатъчно голямо за пълното разгръщане на хаотичния ѝ атрактор. Получените средни стойности са:

$$\bar{x}_1 = -0.16, \bar{x}_2 = -0.16, \bar{x}_3 = 23.8. \quad (16)$$

При заместването им в (15), заместването на  $e_i$  с нула, тъй като линеаризацията е в т.  $e = 0$ , и избор на коефициент на обратната връзка  $\alpha_1 = 10$  се получават собствени стойности на (15)  $\lambda_1 = -3, \lambda_{2,3} = 9 \pm 27j$ . Тъй като има собствени стойности с положителна реална част, синхронизационната схема (11)-(13) е неустойчива. Това означава, че идентична синхронизация между системите (11) и (13) не може да се постигне. Аналогични резултати се получават и за по-големи стойности на коефициента на връзка  $\alpha_1$ , като се установява, че знакът на собствените стойности не зависи от големината на този коефициент.

От останалите 8 варианта на синхронизационни схеми, синтезирани по комбинирания метод за синхронизация с връзка само по една променлива, само при 3 всички собствени стойности на линеаризираната в т.  $e = 0$  система са с отрицателни реални части и необходимото условие за получаване на хаотична синхронизация е изпълнено. От тези 3 варианта с най-бърза синхронизация е този, при който подчинената система е:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= a(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= (c-a)\tilde{x}_1 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + cx_2 + \alpha_2(x_2 - \tilde{x}_2), \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - b\tilde{x}_3, \end{aligned} \quad (17)$$

т.е. има двойна връзка само по променливата  $x_2(t)$  във второто уравнение на подчинената система – веднъж на принципа на частичното заместване и втори път на принципа на обратната връзка.

Системата от разсъгласуването на новата синхронизационна схема (11)-(17) е:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= ae_2 - ae_1, \\ \dot{e}_2 &= (c-a)e_1 - x_1e_3 - x_3e_1 + e_1e_3 - \alpha_2e_2, \\ \dot{e}_3 &= x_1e_2 + x_2e_1 - e_1e_2 - be_3, \end{aligned} \quad (18)$$

а якубианът ѝ в т.  $e = 0$  е:

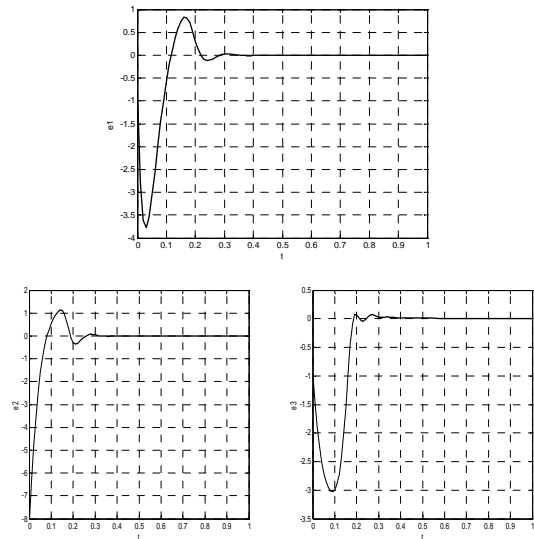
$$\mathbf{D}_x|_{e=0} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a-x_3+e_3 & -\alpha_2 & -x_1+e_1 \\ x_2-e_2 & x_1-e_1 & -b \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Собствените стойности на (19) за средните стойности на променливите  $x_i(t)$  от (16), за  $e_i = 0$  и  $\alpha_2 = 10$  са  $\lambda_1 = -3, \lambda_{2,3} = -22 \pm 30j$ . Всички собствени стойности са с отрицателни реални части, следователно условието за идентична синхронизация е изпълнено. За  $\alpha_2 = 20$  собствените стойности са  $\lambda_1 = -3, \lambda_{2,3} = -27 \pm 32j$ . Не е целесъобразно да се избират по-големи стойности на коефициента  $\alpha_2$ , тъй като схемата на връзка е такава, че евентуалните шумове по трасето между управля-

ващата и подчинената системи се усилват  $\alpha_2$  пъти при постъпването на синхронизиращия сигнал в подчинената система. Освен това при конкретния вариант на връзка най-бърза е синхронизацията именно за  $\alpha_2 = 20$ , което е установено чрез поредица от симулации. Симулацията на синхронизационната схема с управляваща система (11) и подчинена система (17) в Simulink потвърждава режима на идентична синхронизация между двете системи. На фиг. 6 са показани получените функции на разсъгласуване  $e_i(t)$ . Вижда се, че преходният процес до пълната синхронизация между системите е с големина от около 0.3 s. Големината на преходния процес се определя от най-бавно затихващата функция  $e_i(t)$ , като в случая и трите затихват почти едновременно. Началните условия на двете системи са  $x(0) = [5 \ 2 \ 1]^T$  и  $\tilde{x}(0) = [6 \ 10 \ 2]^T$  и са избрани произволно. При експерименти с други набори произволно избрани начални условия преходният процес остава със същата големина.

Нека върху синхронизационната схема (11)-(17) бъде приложен принципът на непостоянната връзка (9), (10). За целта е необходимо чрез поредица от експерименти да се установи:

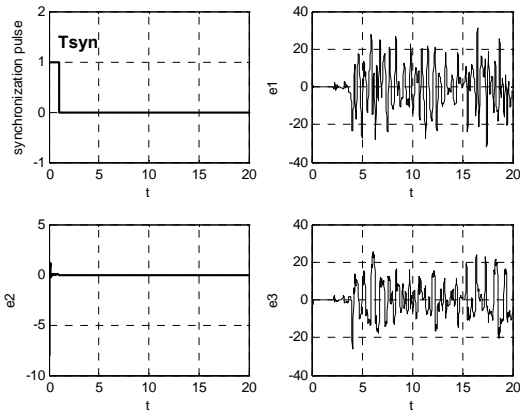
- 1) колко е минималната възможна продължителност на синхронизиращия импулс  $T_{syn}$ , която ще гарантира непрекъснатата идентична синхронизация между системите?
- 2) колко е максималната възможна големина на периода  $T$ , през който да се подават синхронизиращите импулси с големина  $T_{syn}$ ?



Фиг. 6. Функции на разсъгласуване  $e_i(t)$  при непрекъснатата връзка

Първоначално са проведени симулационни експерименти с подаване само на единичен синхронизиращ импулс без период на повторяемост  $T$ . На фиг. 7 е показан синхронизиращ импулс с големина  $T_{syn} = 1s$  и съответните функции на разсъгласуване  $e_i(t)$ . При този експеримент реално връзка между управляващата хаотична система на Chen (11) и подчинената система (17) има само през първата секунда от експеримента. Вижда се, че системите остават синхронизирани до 4-тата секун-

да, след което излизат от синхронизация и функциите на разсъгласуване придобиват хаотичен характер. Това не се отнася за функцията  $e_2(t)$ , която остава равна на нула, но синхронизация има само тогава, когато всички функции на разсъгласуване клонят към нула. Началните условия са тези от предишния експеримент, а коефициентът на връзка е  $\alpha_2 = 20$ .

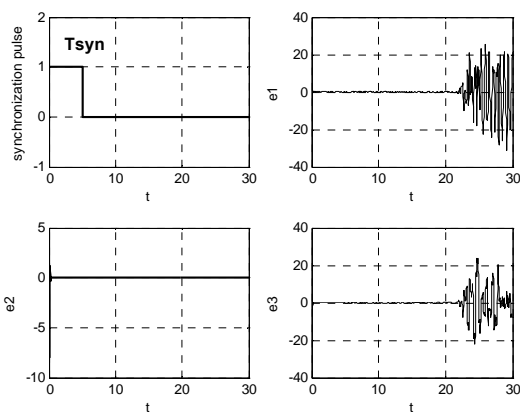


Фиг. 7. Синхронизиращ импулс  $T_{syn} = 1s$  и функции на разсъгласуване  $e_i(t)$  при непостоянна връзка

Проведени са поредица симулационни експерименти със същата синхронизационна схема с подаване на единични синхронизиращи импулси с различна продължителност. В табл. 1 са обобщени получените резултати. С  $T_{asyn}$  е означено времето, след което управляващата и подчинената системи се разсинхронизират. Например на фиг. 8 са показани синхронизиращ импулс с големина  $T_{syn} = 5s$  и функциите на разсъгласуване  $e_i(t)$ . Системите остават синхронизирани до 22-та секунда.

Табл. 1

$T_{syn}, s$	0.5	1	2	3	4	5
$T_{asyn}, s$	2	4	7	12	16	22



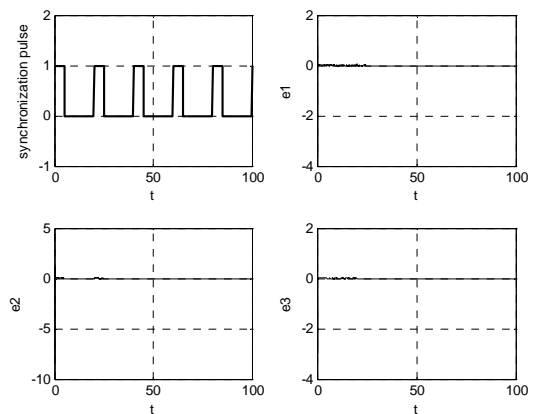
Фиг. 8. Синхронизиращ импулс  $T_{syn} = 5s$  и функции на разсъгласуване  $e_i(t)$  при непостоянна връзка

От горните експерименти се вижда се, че при синтез на хаотична синхронизационна схема с непостоянна връзка трябва да се направи избор между това синхронизиращите импулси да бъдат кратки, но да се подават по-начесто или обратно –синхронизиращите импулси

да са с по-голяма продължителност, но да се подават през по-големи интервали от време  $T$ .

След избор на конкретна стойност за големината на синхронизиращия импулс  $T_{syn}$ , например от табл. 1, периодът на повторяемост на синхронизиращите импулси  $T$  трябва да се избере да бъде малко по-малък от момента на настъпване на разсинхронизация за конкретната стойност на  $T_{syn}$ . Например ако се избере  $T_{syn} = 1s$ , от табл. 1 се вижда, че при такъв синхронизиращ импулс системите ще се разсинхронизират след  $4s$ , затова периода на повторяемост  $T$  може да се избере с големина  $3s$ , максимум  $3,5s$ . В такъв случай на всеки 3 секунди от управляващата система (11) ще се подава синхронизиращ импулс към подчинената система (17), който ще е с продължителност от  $1s$ . През тази секунда според синтезираната синхронизационна схема по комбинирания метод втората променлива на управляващата система участва в управлението на подчинената система според (17). През времето между края на 1-вата и началото на 3-тата секунда подчинената система ще е напълно автономна.

На фиг. 9 са показани получените резултати при синхронизация с непостоянна връзка със синхронизиращи импулси  $T_{syn} = 5s$  и период на повторяемост  $T = 20s$ , по-малък от големината на  $T_{asyn}$ , която за този случай е  $22s$ . Вижда се, че при тази комбинация е налице непрекъсната идентична синхронизация между системите (11) и (17), въпреки че през 75% от времето системите реално нямат физическа връзка помежду си.



Фиг. 9. Поредица от синхронизиращи импулси  $T_{syn} = 5s$  и функции на разсъгласуване  $e_i(t)$  при синхронизация с непостоянна връзка

Опитите с различни набори начални условия както на управляващата, така и на подчинената системи, показват, че синхронизацията на хаотични системи с непостоянна връзка не се влияе от началните условия нито качествено (в смисъл наличие или не на синхронизация за различни начални условия), нито количествено (големината на преходния процес до постигане на синхронизация също не зависи от началните условия).

За по-голяма представителност на получените резултати са тествани и други от синхронизационните схеми, получени при прилагане на комбинирания синхронизационен метод за системи на Chen. Получените резултати не се различават качествено от тези за схема-та (11)-(17).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статията са синтезирани хаотични синхронизационни схеми за конкретен модел на хаотична система. Основната цел е да се получи възможно най-икономична връзка между управляващата и подчинената хаотични системи. Причините да се търсят такива връзки могат да бъдат различни – например, ако някои променливи на състоянието на управляващата система са недостъпни, не могат да се използват синхронизационни методи, които използват пълния вектор на състоянието на управляващата система. В други случаи каналът за връзка може да не позволява предаването на повече от един сигнал, при това може да има дори ограничения, свързани с непостоянна достъпност на този канал.

Предложените синхронизационни схеми с непостоянна връзка са предназначени за решаването на такъв тип задачи за хаотична синхронизация с по-големи ограничения от обикновено. За синтезирането на схемите първоначално е приложен авторски комбиниран метод за синхронизация. Той съчетава два известни синхронизационни метода, като по този начин няколко пъти се увеличават възможните варианти за връзка за даден хаотичен модел. При това една част от тях, в случая за модела на Chen – девет, са с връзка само по една променлива.

На базата на варианта с най-бърза синхронизация на следващия етап от синтеза на синхронизационната схема е реализирана концепцията за непостоянната връзка. С помощта на симулационен продукт са намерени различни комбинации от синхронизационни импулси с различна големина и периоди на повторяемост. Установено е, че при прилагането на тази концепция, през 70-80% от времето каналът между управляващата и подчинената системи е свободен. През това време двете системи от една страна работят в автономен режим, но остават напълно синхронизирани.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Guemez, J. *et.al.* Approach to the chaotic synchronized state of some driving methods. *Physical Review E*, Vol.55, No.1, 1997, pp.124-134.
- [2] Shahverdiev, E. Marginal hyperchaos synchronization with a single driving variable. *arXiv:chao-dyn/9808013 v1*, 1998, pp.1-4.
- [3] Femat, R., G. Solis-Perales. On the chaos synchronization phenomena. *Physics Letters A* 262 (1999), pp.50-60.
- [4] Parlitz, U., L. Kocarev. Synchronization of chaotic systems. in: *Handbook of Chaos Control*, Ed. H.G. Schuster, Wiley-VCH, 1999, pp.271-303.
- [5] Abarbanel, H. *et.al.* Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach, *Physical Review E*, Vol.53, No.5, 1996, pp.4528-4535.
- [6] Carroll, T., L. Pecora. Synchronizing chaotic circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, Vol.38, No.4, 1991, pp.453-456.
- [7] Pecora, L., T. Carroll. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, Vol.64, No.8, 1990, pp.821-824.
- [8] Pecora, L., T. Carroll. Driving systems with chaotic signals. *Physical Review A*, Vol.44, No.4, 1991, pp.2374-2384.
- [9] Boccaletti, S. *et.al.* The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports* 366 (2002), pp.1-101.
- [10] Yu, H., L. Yanzhu. Chaotic synchronization based on stability criterion of linear systems. *Physics Letters A* 314, No.4, 2003, pp.292-298.
- [11] Lu, H., Z. He. Synchronization of chaotic systems by system separation approach. *Physics Letters A* 219 (1996), pp.271-276.
- [12] Ogorzalek, M. Taming chaos – part I: Synchronization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*. Vol.40, No.10, 1993, pp.693-699.
- [13] Fortuna, L., M. Frasca, A. Rizzo. Experimental pulse synchronization of two chaotic circuits. *Chaos, Solitons & Fractals*, 17 (2003), pp.355-361.
- [14] Morgul, O., M. Feki. A chaotic masking scheme by using synchronized chaotic systems. *Physics Letters A* 251 (1999), pp.169-176.
- [15] Morgul, O., M. Feki. Synchronization of chaotic systems by using occasional coupling. *Physical Review E*, Vol.55, No.5, 1997, pp.5004-5010.
- [16] Chen, G., T. Ueta. Yet another chaotic attractor, *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol.9, No.7 (1999), pp.1465-1466.
- [17] Lorenz, E. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol.20, 1963, pp.130-141.