



СИНТЕЗ НА ХИБРИДНИ СИНХРОНИЗАЦИОННИ СХЕМИ НА ОСНОВАТА НА МОДЕЛ НА ХИПЕРХАОТИЧНА СИСТЕМА

SYNTHESIS OF HYBRID SYNCHRONIZATION SCHEMES ON THE BASIS OF A MODEL OF HYPERCHAOTIC SYSTEM

Драгомир Чантов*
ТУ-Габрово

Статията е постъпила на 13 март 2015 г., в ревизирана форма на 03 юли 2015г.; приета за отпечатване на 08 юли 2015г.

Abstract

Hybrid synchronization schemes for hyperchaotic systems are presented in this paper. They are designed in accordance to the Lyapunov stability theory - control functions to the slave hyperchaotic system are designed in such way that the error system to have a stable zero equilibrium point. Hybrid synchronization is characterized with some identical and some reciprocal error functions and has some advantages in chaotic secure communication systems. A known hyperchaotic model – the hyperchaotic Rossler system is chosen for the synchronization system realization.

Keywords: chaotic systems; chaotic synchronization; hyperchaos; Lyapunov stability theory.

ВЪВЕДЕНИЕ

През последните две десетилетия се наблюдава засилен интерес към една специфична област от теорията на нелинейните системи, наречена „теория на хаоса”. В нея се разглеждат клас нелинейни системи, които са много чувствителни към началните условия и при определена комбинация от фактори имат поведение, подобно на това на една стохастична система, което е прието да се нарича „хаос”.

Явлението хаос в една нелинейна система може да бъде както полезно, така и вредно, в зависимост от конкретния случай. Ако хаосът е вреден, се синтезира управление към системата, което да я стабилизира, например в някоя от равновесните ѝ точки. При друг тип задачи целенасочено се търси система, която да проявява хаотично поведение, с цел използване на хаоса за защита на информация или за оптимизиране на процеси в химическата промишленост като смесване на флуиди.

Във връзка с едно от приложенията на хаотичните системи, а именно за защита на информация, след 1990 г. [1-3] много активно се работи в една подобласт на теорията на хаоса, наречена „синхронизация на хаотични системи”. Предложени са различни методи за синхронизация между две или повече хаотични системи, например методи с пълно или частично заместване [4], метод с активно-пасивна декомпозиция [5,6], метод с еднопосочно свързване с обратна връзка [7], метод с двупосочно свързване [5] и др. При хаотичната синхронизация целта е да се проектира такава връзка между обикновено две еднотипни хаотични системи, че след кратък преходен процес техните променливи на състоянието да извършват напълно идентични, но в същото време хаотични движения. Такъв тип синхронизация се нарича идентична [8]. В някои публикации от послед-

ните години [9,10] синхронизационните схеми се проектират така, че при синхронизация сумата от съответните двойки хаотични променливи да клони към нула. Това явление се нарича „антисинхронизация”.

Основният мотив да се проектират синхронизационни или антисинхронизационни схеми е тяхното потенциално приложение в различни комуникационни схеми, при които има изискване за защита на информацията. В предавателя и в приемника на комуникационната система се въвеждат хаотични системи, които се синхронизират, и по синхронизиращия хаотичен сигнал по една или друга форма, например чрез хаотично превключване [11], хаотична модулация [12,13] или чрез хаотично маскиране [14] се предава информационният сигнал. При това по публично достъпното трасе между предавателя и приемника е видим само хаотичен сигнал, който за един страничен наблюдател има вид на напълно случаен процес. В същото време при успешна синхронизация хаотичната система в приемника по същество става идентично копие на тази в предавателя и това позволява лесното извличане на информационния сигнал в приемника. Установено е, че ако хаотичните системи в предавателя и в приемника са в режим на антисинхронизация, това може да повиши степента на защита на информационния сигнал.

През последните години е въведено понятието хибридна синхронизация [15-17], която се характеризира със синтезиране на хаотична синхронизационна схема по такъв начин, че част от двойките променливи на състоянието на двете синхронизиращи се системи да са в режим на идентична синхронизация, а друга част в режим на антисинхронизация. Целта отново е повишаване степента на защита на сигналите в хаотичните комуникационни системи.

* e-mail: dchantov@yahoo.com

В статията се предлага синтез на хаотични синхронизационни схеми с различни видове хибридна синхронизация на основата на синтез на управляващи функции според втория метод за устойчивост на Ляпунов. За синхронизационните схеми е избран модел на хиперхаотична система, тъй като хиперхаотичните системи се характеризират с два положителни показателя на Ляпунов, съответно това означава по-голям елемент на случайност в тяхната динамика и оттам – допълнително повишаване на степента на защита на данните, ако синхронизационната схема се използва за защитени комуникации.

ИЗЛОЖЕНИЕ

По-голямата част от известните модели на хаотични системи са непрекъснати и могат да се представят с обобщения запис:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \quad (1)$$

където $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ е векторът на състоянието на системата, съдържащ променливите $x_i(t)$, които имат хаотично поведение, а \mathbf{f} задължително е нелинейна функция, тъй като хаос може да възникне само в нелинейна система.

При синтезиране на хаотична синхронизационна схема системата (1) се свързва по определен начин с еднотипна хаотична система:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{x}}(t)), \quad (2)$$

където $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathfrak{R}^n$, а \mathbf{g} е управляващата функция, съдържаща поне една от променливите на системата (1), която се явява синхронизиращ сигнал.

При такъв тип еднопосочно свързване между две хаотични системи системата (1) се нарича Master или управляваща система, а системата (2) – Slave или подчинена (управлявана) система.

Природата на хаотичните системи е такава, че ако системите (1) и (2) са напълно еднакви, ако между тях няма връзка (т.е. ако $\mathbf{g} = 0$) и ако двете системи имат различни, макар и много близки начални условия $\mathbf{x}(t_0) \neq \tilde{\mathbf{x}}(t_0)$, то тяхната динамика ще бъде свършено различна. И двете системи ще имат хаотично поведение, но динамиката им ще бъде несинхронизирана, т.е. в един и същ момент от времето системите ще се намират в различни точки на хаотичните си атрактори. При подходящо синтезирана управляваща функция $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{x}}(t))$ системите (1) и (2) могат да се синхронизират. Като количествена мярка за синхронизация може да се разглежда векторът от функциите на разсъгласуване:

$$\mathbf{e}_s(t) = \mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (3)$$

където $\mathbf{e}_s \in \mathfrak{R}^n$, или:

$$e_{s_i}(t) = x_i(t) - \tilde{x}_i(t), \quad i = 1 \div n. \quad (4)$$

Ако управляващата функция се синтезира така, че:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_s(t) = 0, \quad (5)$$

то между системите (1) и (2) ще има идентична синхронизация.

Ако целта е антисинхронизация, то векторът от функциите на разсъгласуване се избира от вида:

$$\mathbf{e}_a(t) = \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (6)$$

където $\mathbf{e}_a \in \mathfrak{R}^n$, или:

$$e_{a_i}(t) = x_i(t) + \tilde{x}_i(t), \quad i = 1 \div n. \quad (7)$$

Ако управляващата функция се синтезира така, че:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_a(t) = 0, \quad (8)$$

се казва, че системите (1) и (2) са антисинхронизирани.

Възможно е управлението към подчинената система да се синтезира по такъв начин, че една част от двойките променливи $x_i(t), \tilde{x}_i(t)$ да се синхронизират идентично, а друга част да са в режим на антисинхронизация. Това явление се нарича хибридна хаотична синхронизация. Задачите за синтез на хибридни синхронизационни схеми формират едно от актуалните през последните 3-4 години направления от теорията на хаоса [15-17]. Причината е, че при използване на хибридна синхронизационна схема за хаотични комуникации или за хаотично криптиране на данни допълнително се повишава степента на защита [17].

При синтез на хибридна синхронизационна схема векторът на разсъгласуването, който съдържа функции както от вида (4), така и от вида (7), ще бъде означаван само с $\mathbf{e}(t)$ без индекс.

След избора кои двойки променливи на системите (1) и (2) да бъдат синхронизирани и кои – антисинхронизирани, ще се търси такова управление към системата (2), което да стабилизира системата от разсъгласуването:

$$\dot{e}_i(t) = \dot{x}_i(t) - \dot{\tilde{x}}_i(t), \quad i = 1 \div k, \quad (9)$$

$$\dot{e}_j(t) = \dot{x}_j(t) + \dot{\tilde{x}}_j(t), \quad j = k + 1 \div n, \quad (10)$$

където $1 \leq k < n$, в точката $\mathbf{e} = 0$ в пространството на състоянието, която съответства на желаната форма на синхронизация. При това не е задължително да се търси синхронизация между първите k двойки променливи $x_i(t), \tilde{x}_i(t)$ и антисинхронизация между останалите двойки до n – изборът може да е произволен.

Ако се синтезира такава управляваща функция \mathbf{g} , за която да се докаже, че точката $\mathbf{e} = 0$ е устойчива, задачата за хибридна синхронизация ще бъде успешно изпълнена. При това синтезът може да се извърши на основата на изпълнението на условията за устойчивост на система по Втория метод на Ляпунов. Според този метод, ако се намери функция $V(\mathbf{e})$, наречена функция на Ляпунов, която отговаря на следните условия:

$$V(\mathbf{e}(t)) > 0, \quad \forall \mathbf{e} \neq 0, \quad (11)$$

$$V(\mathbf{e}(t)) = 0, \quad \mathbf{e} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{dV(\mathbf{e}(t))}{dt} < 0, \quad \forall \mathbf{e} \neq 0, \quad (13)$$

то точката $\mathbf{e} = 0$ ще бъде устойчива, което е достатъчно условие за постигане на желаната синхронизация.

Не е трудно да се избере функция на Ляпунов, която да отговаря на условията (11) и (12). Практически всяка квадратична функция от променливите на разсъгласуване $e_i(t)$ отговаря на тези условия. Затова основната задача при синтеза на управление е да се избере такава функция \mathbf{g} , за която да се изпълнява условието (13). Няма универсален подход за решаването на тази задача. При синтеза на \mathbf{g} се подхожда индивидуално в зависимост от конкретния модел на хаотична система, който е избран за основа на синхронизационната схема (1) – (2).

СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

За базов модел на синхронизационната схема се избира хиперхаотичната система на Rossler [18]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + ax_2 + x_4, \\ \dot{x}_3 &= b + x_1x_3, \\ \dot{x}_4 &= cx_4 - dx_3, \end{aligned} \quad (14)$$

където номиналните стойности на параметрите на системата са: $a = 0.25, b = 3, c = 0.05, d = 0.5$.

За краткост на записа променливите $x_i(t)$ и всички останали променливи, които се срещат по-надолу ще бъдат означавани без „(t)“.

Системата (14) е хиперхаотична. Хиперхаотични се наричат тези хаотични системи, които имат два положителни показателя на Ляпунов. Показателите на Ляпунов са мярка за разходимостта на съседни траектории на хаотичния атрактор в пространството на състоянието. Два положителни показателя означават разходимост на траекториите в две пространствени направления, което означава по-сложен вид хаотична динамика. Причината за избор на хиперхаотична система вместо хаотична такава с един положителен показател на Ляпунов е, че хиперхаотичните системи поради характера си имат предимства при използването им в хаотични комуникационни системи.

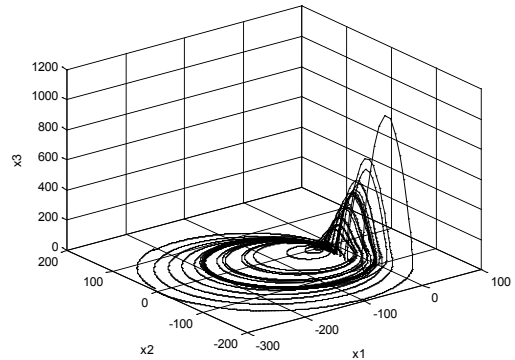
При симулация на системата (14) в симулационната среда Simulink на програмния продукт Matlab се наблюдава типичната за хаотичните и хиперхаотичните системи динамика. Системата е с начални условия:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(0) = [-5.506 \quad -0.5647 \quad 0.5647 \quad 5.647]^T, \quad (15)$$

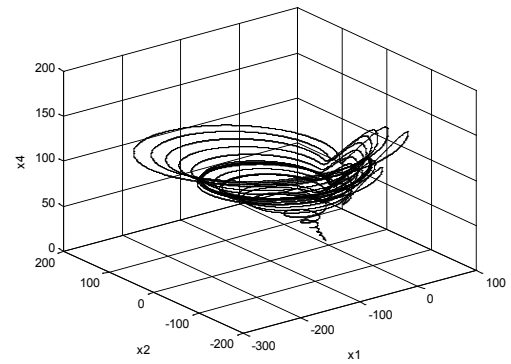
избрани от [18].

На фиг. 1 и 2 са показани проекциите на четиримерния хаотичен атрактор в две от подпространствата на състоянието. На фиг. 3 са показани времевите характеристики на четирите променливи на състоянието $x_i(t)$. Всички графики са получени след допълнителна обработка на сигналите от симулационната схема от Simulink в среда на Matlab. Избраните параметри на си-

мулацията са: време на симулацията 400 s, метод на интегриране ode4 (Runge-Kutta) и фиксирана стъпка с големина 0.01 s. При други методи на интегриране и други стъпки, но не по-големи от 0.1 s, резултатите са сходни.



Фиг. 1. Проекция на хиперхаотичния атрактор в подпространството (x_1, x_2, x_3)

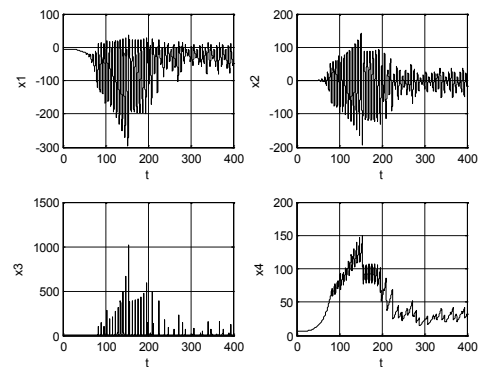


Фиг. 2. Проекция на хиперхаотичния атрактор в подпространството (x_1, x_2, x_4)

Системата (14) може да се избере за управляваща система (1) в синхронизационната схема. Тогава според (2) управляваната система трябва да бъде:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3 + g_1(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \tilde{x}_1 + a\tilde{x}_2 + \tilde{x}_4 + g_2(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= b + \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + g_3(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= c\tilde{x}_4 - d\tilde{x}_3 + g_4(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}), \end{aligned} \quad (16)$$

където стойностите на параметрите a, b, c, d , съвпадат с тези на системата (14).



Фиг. 3. Времени характеристики на променливите на състоянието

Нека като първи вариант за хибридна синхронизация се изберат следните функции на разсъгласуване:

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - \tilde{x}_1, \\ e_2 &= x_2 + \tilde{x}_2, \\ e_3 &= x_3 - \tilde{x}_3, \\ e_4 &= x_4 + \tilde{x}_4, \end{aligned} \quad (17)$$

т.е. целта е първата и третата двойки променливи да се синхронизират идентично (5), а втората и четвъртата да се антисинхронизират (8).

Съответно системата от разсъгласуването ще се получи при изваждането на първото и третото уравнения на (16) съответно от първото и третото уравнения на (14) и сумиране на вторите и четвъртите уравнения на (14) и (16):

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\tilde{x}}_1, \\ \dot{e}_2 &= \dot{x}_2 + \dot{\tilde{x}}_2, \\ \dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{\tilde{x}}_3, \\ \dot{e}_4 &= \dot{x}_4 + \dot{\tilde{x}}_4, \end{aligned} \quad (18)$$

при което с отчитане на (17) се получава:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -x_2 + \tilde{x}_2 - e_3 - g_1, \\ \dot{e}_2 &= x_1 + \tilde{x}_1 + ae_2 + e_4 + g_2, \\ \dot{e}_3 &= x_1x_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 - g_3, \\ \dot{e}_4 &= ce_4 - d(x_3 + \tilde{x}_3) + g_4. \end{aligned} \quad (19)$$

Тогава с оглед на изпълнението на условието (13) могат да се синтезират следните управляващи функции, по подобие на подхода, използван в [16]:

$$\begin{aligned} g_1 &= -x_2 + \tilde{x}_2 - e_3 + k_1e_1, \\ g_2 &= -x_1 - \tilde{x}_1 - ae_2 - e_4 - k_2e_2, \\ g_3 &= x_1x_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + k_3e_3, \\ g_4 &= -ce_4 + d(x_3 + \tilde{x}_3) - k_4e_4, \end{aligned} \quad (20)$$

където k_i са константи, изборът на които ще бъде обоснован по-долу.

За функция на Ляпунов може да се избере стандартна квадратична функция от променливите на разсъгласуване:

$$V(\mathbf{e}) = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2. \quad (21)$$

Тъй като функцията (21) е квадратична, тя отговаря на условието (11). Функцията (21) изпълнява и условието (12), тъй като стойността ѝ за нулеви стойности на променливите e_i е равна на нула.

За производната на функцията $V(\mathbf{e})$ се получава:

$$\frac{dV(\mathbf{e})}{dt} = 2e_1\dot{e}_1 + 2e_2\dot{e}_2 + 2e_3\dot{e}_3 + 2e_4\dot{e}_4. \quad (22)$$

При заместване на изразите за управляващите функции (20) в системата от разсъгласуването (19) се получава:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -k_1e_1, \\ \dot{e}_2 &= -k_2e_2, \\ \dot{e}_3 &= -k_3e_3, \\ \dot{e}_4 &= -k_4e_4. \end{aligned} \quad (23)$$

От (23) може да се види, че равновесната точка на системата от разсъгласуването, която се получава при приравняване на десните страни на (23) на нула, действително е $e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = 0$ или $\mathbf{e} = 0$.

След заместване на изразите (23) в (22) се получава:

$$\frac{dV(\mathbf{e})}{dt} = -2(k_1e_1^2 + k_2e_2^2 + k_3e_3^2 + k_4e_4^2). \quad (24)$$

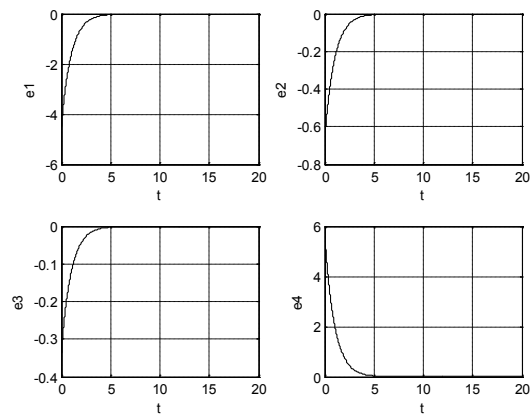
Вижда се, че е достатъчно всички константи k_i в управляващите функции (20) да се изберат положителни, за да бъде винаги изпълнено условието за устойчивост (13), т.е. избраната функция на Ляпунов (21) ще има отрицателна първа производна (24) за всички възможни стойности на променливите e_i .

По такъв начин и трите условия на Втория метод на Ляпунов (11) – (13) ще са изпълнени и между системите (14) и (16) ще възникне желаната форма на синхронизация (17).

При симулацията на синхронизационната схема в Simulink началните условия на управляваната система (16) са:

$$\tilde{\mathbf{x}}(0) = [-1 \quad -0.1 \quad 0.9 \quad 0]^T \quad (25)$$

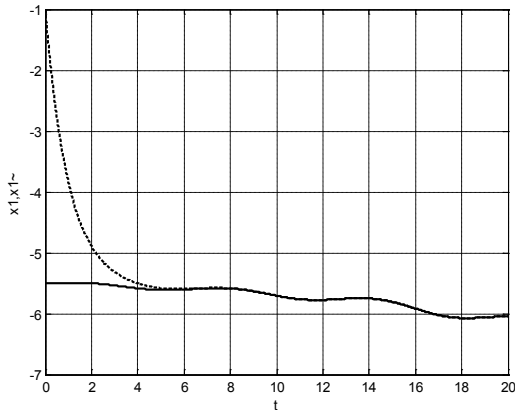
и са избрани произволно. Началните условия на управляващата система (14) са (15). На фиг. 4 са показани функциите на разсъгласуване (17) за $k_i = 1, i = 1 \div 4$. След преходен процес от около 5 s всяка от четирите функции се установява в 0. Вижда се, че преходният процес е с една и съща продължителност за всички функции $e_i(t)$.



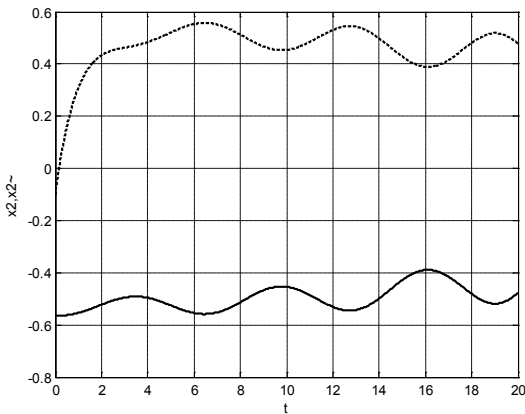
Фиг. 4. Функции на разсъгласуване (17)

На фиг. 5 – 8 е показана съвместната динамика на всяка от двойките променливи $x_i(t), \tilde{x}_i(t)$ за $i = 1 \div 4$. С непрекъснати линии са показани времевите характеристики на променливите на управляващата система, а с прекъсната – тези на подчинената система. При първата и третата двойки след преминаването на преходния процес съответната променлива на подчинената систе-

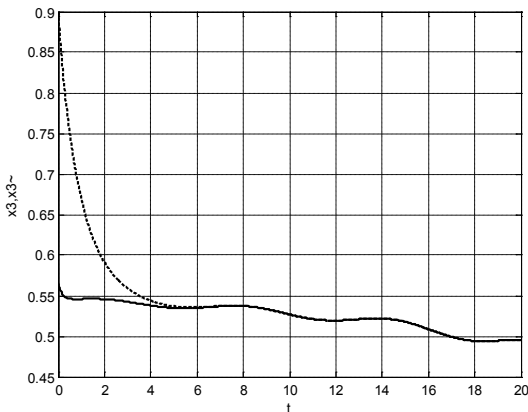
ма (16) започва да повтаря хаотичните движения на променливата със същия индекс от управляващата система (14), т.е. налице е идентична синхронизация. При втората и четвъртата двойки след края на преходния процес променливите на подчинената система извършват същите по модул, но с обратен знак, хаотични движения, т.е. тези двойки влизат в режим на антисинхронизация. На фиг. 8 мащабът на времето е по-голям, за да се открие по-ясно режимът на антисинхронизация. На фиг. 9 са показани тримерните проекции в подпространството (x_2, x_3, x_4) на атракторите на управляващата (горният) и управляваната системи (долният). От фигурата се добива нагледна представа за същността на явлението хибридна синхронизация.



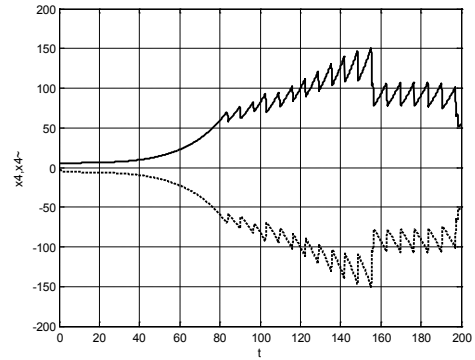
Фиг. 5. Динамика на първата двойка променливи



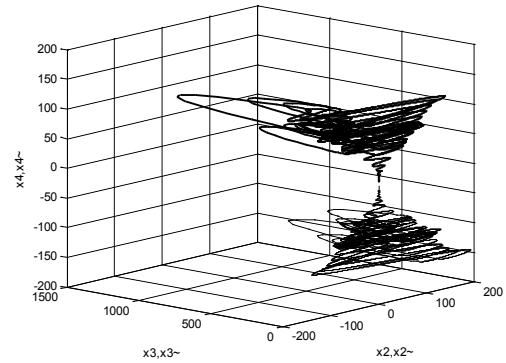
Фиг. 6. Динамика на втората двойка променливи



Фиг. 7. Динамика на третата двойка променливи



Фиг. 8. Динамика на четвъртата двойка променливи



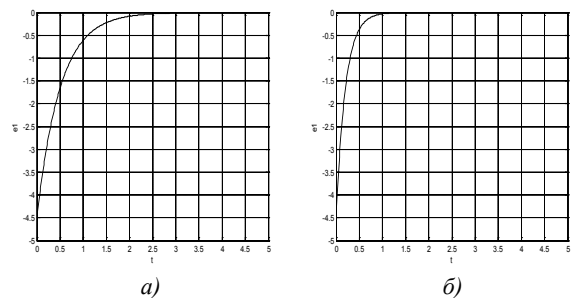
Фиг. 9. Проекции на хиперхаотичните атрактори на системите (14) и (16) в подпространството (x_2, x_3, x_4)

С помощта на коефициентите k_i може да се регулира продължителността на преходния процес на синхронизацията, респективно на антисинхронизацията. Например на фиг. 10 а) и б) е показана зависимостта $e_1(t)$ съответно за $k_1 = 2$ и $k_1 = 5$. В Първия случай преходният процес е с продължителност от 2.5 s, а във втория – 1s, докато за $k_1 = 1$ продължителността на преходния процес е 5 s, както беше показано на фиг. 4.

Като втори вариант за хибридна синхронизация се избират следните функции на разсъгласуване:

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 + \tilde{x}_1, \\ e_2 &= x_2 - \tilde{x}_2, \\ e_3 &= x_3 - \tilde{x}_3, \\ e_4 &= x_4 - \tilde{x}_4, \end{aligned} \tag{26}$$

или целта ще бъде първата двойка променливи на управляващата и управляваната системи да бъде в режим на антисинхронизация, а останалите двойки да се синхронизират идентично.



Фиг. 10. Влияние на коефициента k_1 върху големината на преходния процес на функцията $e_1(t)$

Системата от разсъгласуването е:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 + \dot{\tilde{x}}_1, \\ \dot{e}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\tilde{x}}_2, \\ \dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{\tilde{x}}_3, \\ \dot{e}_4 &= \dot{x}_4 - \dot{\tilde{x}}_4. \end{aligned} \tag{27}$$

При заместване на уравненията на двете системи (14) и (16) в (27) с отчитане на (26) се получава:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -x_2 - \tilde{x}_2 - x_3 - \tilde{x}_3 + g_1, \\ \dot{e}_2 &= x_1 - \tilde{x}_1 + ae_2 + e_4 - g_2, \\ \dot{e}_3 &= x_1x_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 - g_3, \\ \dot{e}_4 &= ce_4 - de_3 - g_4. \end{aligned} \tag{28}$$

Управляващите функции се избират по аналогичен на първия вариант начин:

$$\begin{aligned} g_1 &= x_2 + \tilde{x}_2 + x_3 + \tilde{x}_3 - k_1e_1, \\ g_2 &= x_1 - \tilde{x}_1 + ae_2 + e_4 + k_2e_2, \\ g_3 &= x_1x_3 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + k_3e_3, \\ g_4 &= ce_4 - de_3 + k_4e_4. \end{aligned} \tag{29}$$

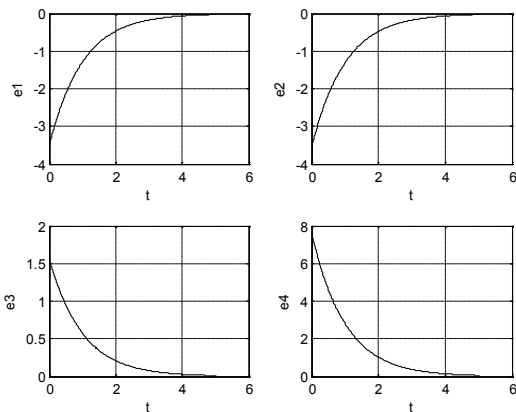
При избора на същата функция на Ляпунов (21) системата от разсъгласуването е от вида (23). Следователно за получаване на желания тип хибридна синхронизация (26) отново е достатъчно да се подберат положителни коефициенти на управлението k_i .

При симулацията на синхронизационната схема в Simulink началните условия на управляващата система (14) са (15). На произволен принцип са избрани следните два набора начални условия на управляваната система (16):

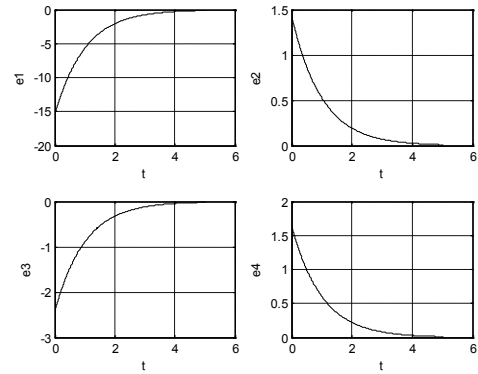
$$\tilde{\mathbf{x}}(0) = [2 \quad 3 \quad -1 \quad -2]^T, \tag{30}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(0) = [-10 \quad -2 \quad 3 \quad 4]^T. \tag{31}$$

На фиг. 11 и фиг. 12 са показани функциите на разсъгласуване (26), съответно за начални условия (30) и (31). Експериментите са проведени за $k_i = 1, i = 1 \div 4$. Продължителността на преходния процес и в двата случая е около 4 s, т.е. не зависи от началните условия.



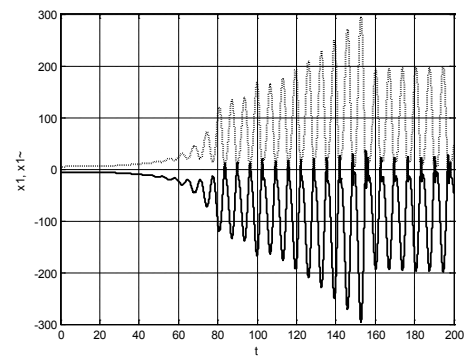
Фиг. 11. Функции на разсъгласуване (26) за начални условия (30)



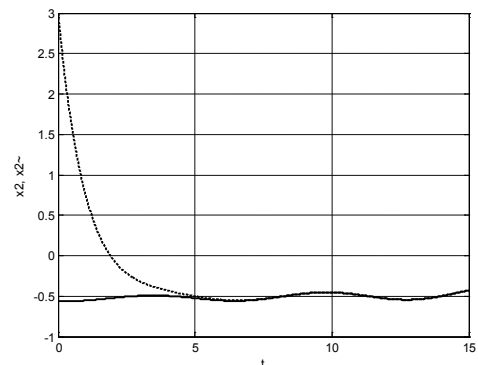
Фиг. 12. Функции на разсъгласуване (26) за начални условия (31)

На фиг. 13 е показана съвместната динамика на двойката променливи $x_1(t), \tilde{x}_1(t)$, която е в режим на антисинхронизация според избрания вариант за хибридна синхронизация (26). На фиг. 14 е показана динамиката на двойката променливи $x_2(t), \tilde{x}_2(t)$, която е в режим на идентична синхронизация според (26). Динамиката на променливите на подчинената система е изобразена с прекъснатата линия. Показаните характеристики са за начални условия на управляваната система (30). Динамиката на третата и четвъртата двойки променливи, които също са синхронизирани идентично, е подобна на тази на втората двойка.

Влиянието на коефициентите на управляващите функции k_i върху големината на преходния процес е аналогично на това при първия вариант – при увеличаване на конкретен коефициент k_i намалява преходният процес до синхронизацията или антисинхронизацията на i -тата двойка променливи. Ако вместо положителна се зададе отрицателна стойност дори само на един коефициент k_i , условието за устойчивост (13) вече няма да се изпълнява и движението на всички двойки променливи на двете системи ще бъде несинхронно.



Фиг. 13. Динамика на първата двойка променливи



Фиг. 14. Динамика на втората двойка променливи

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезирани са синхронизационни схеми със специфичен тип хаотична синхронизация, наречена хибридна, която се характеризира с това, че произволно избрана част от функциите на разсъгласуване клонят към нула, а останалите са взаимно реципрочни.

Синтезът на управление се основава на класическата теория на устойчивост на системи на Ляпунов и по-конкретно на прилагането на Втория метод на Ляпунов. Получените управляващи функции за два различни варианта на хибридна синхронизация на основата на хиперхаотичната система на Rossler осигуряват желаната комбинация от синхронизационно и антисинхронизационно поведение на отделните двойки променливи на управляващата и управляваната системи.

На базата на поредица експерименти с различни начални условия е установено, че началните условия не оказват влияние нито на големината на преходния процес, нито на типа синхронизация.

От друга страна коефициентите на управляващите функции влияят върху преходните процеси и така чрез подходящ избор на тези коефициенти може да се регулира продължителността на преходния процес индивидуално за всяка отделна функция на разсъгласуване.

Синтезираните схеми могат да се използват като основа за реализация на система за защитено предаване на данни с хаотична защита на информацията, като управляващата система се вгради в предавателя, а управляваната – в приемника на комуникационната система. При това реализацията на хибридна, вместо идентична синхронизация и използването на модел на хиперхаотична система вместо такъв на хаотична система ще способстват за подобряване на степента на защита на информационните сигнали в системата. Новите тенденции в тази област са изграждане на хаотични синхронизационни схеми, които са в основата на комуникационната система, с различна (и по-сложна) от стандартната идентична синхронизация, един от вариантите за което е именно схема с хибридна синхронизация. Като недостатък на използвания подход може да се посочи относителната сложност на синтезираните управляващи функции. За постигането на идентична синхронизация може да се използват други синхронизационни методи с по-прости управляващи функции, но тези методи не са приложими за реализиране на хибридна синхронизация.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Carroll, T., L. Pecora. Synchronizing chaotic circuits. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, Vol.38, No.4, 1991, pp.453-456.
- [2] Pecora, L., T. Carroll. Synchronization in chaotic systems. Physical Review Letters, Vol.64, No.8, 1990, pp.821-824.
- [3] Pecora, L., T. Carroll. Driving systems with chaotic signals. Physical Review A, Vol.44, No.4, 1991, pp.2374-2384.
- [4] Pecora, L. *et al.* Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts, and applications. Chaos 7(4), 1997, pp.520-543.
- [5] Boccaletti, S. *et al.* The synchronization of chaotic systems. Physics Reports 366 (2002), pp.1-101.
- [6] Kocarev, L., U. Parlitz. General approach for chaotic synchronization with applications to communication. Physical Review Letters, Vol.74, No.25, 1995, pp.5028-5031.
- [7] Ogorzalek, M. Taming chaos – part I: Synchronization. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I. Vol.40, No.10, 1993, pp.693-699.
- [8] Guemez, J. *et al.* Approach to the chaotic synchronized state of some driving methods. Physical Review E, Vol.55, No.1, 1997, pp.124-134.
- [9] Emadzadeh, A., M. Haeri. Anti-synchronization of two different chaotic systems via active control. World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 6, 2005, pp. 62-65.
- [10] Kim, C. *et al.* Anti-synchronization of chaotic oscillators. Physics Letters A 320 (2003), pp. 39-46.
- [11] Cuomo, K. *et al.* Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II. Vol.40, No.10, 1993, pp.626-633.
- [12] Carroll, T. Noise-robust synchronized chaotic communications. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I. Vol.48, No.12, 2001, pp.1519-1522.
- [13] Femat, R. *et al.* A chaos-based communication scheme via robust asymptotic feedback. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, Vol.48, No.10, 2001, pp.1161-1169.
- [14] Parlitz, U. *et al.* Encoding messages using chaotic synchronization. Physical Review E, Vol.53, No.5, 1996, pp.4351-4361.
- [15] Vaidyanathan, S. Hybrid synchronization of Liu and Lu chaotic systems via adaptive control. Int. J. of Advanced Information Technology, Vol.1, No.6, 2011, pp.13-32.
- [16] Pakiriswamy, S., S. Vaidyanathan. Active controller design for the generalized projective synchronization of three-scroll chaotic systems. Int. J. of Advanced Information Technology, Vol.2, No.1, 2012, pp.37-53.
- [17] Karthikeyan, S., S. Vaidyanathan. Hybrid chaos synchronization of four-scroll systems via active control. Journal of Electrical Engineering, Vol.65, No.2, 2014, pp.97-103
- [18] Rossler, O. An equation for hyperchaos. Physics Letters, Vol.71A, No.2,3, 1979, pp.155-157.