

ТЕСТ
за кандидатстудентски изпит по математика
2005 г.

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА

19 юли 2005 г.

1. Пресметнете $\frac{10^{12} \cdot 5^{-10} - 4^8 \cdot 5^2 - 2^4}{2^{14}} : \frac{5^2 - 2^4}{2^2}$.
- а) 1 б) $\frac{5}{4}$ в) $\frac{5}{2}$ г) 10
2. Пресметнете $\frac{(2,1 - 1,965) \cdot 0,013}{0,00325 \cdot 1,2 \cdot 0,045}$.
- а) 3 б) $\frac{1}{5}$ в) $\frac{3}{5}$ г) 10
3. Пресметнете $\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{(a^2 - ab)^{\frac{1}{2}}} : \frac{a^{-\frac{1}{2}} \sqrt{a-b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$ за $a = 1,2$ и $b = \frac{3}{5}$.
- а) -2 б) 1 в) 2,52 г) 3,14
4. Решенията на уравнението $\frac{5-x}{3x^2+2x-1} + \frac{4x+3}{1-3x} = \frac{-2}{x+1}$ са:
- а) 0; $-\frac{1}{2}$ б) $-\frac{1}{2}$ в) 2; $\frac{2}{3}$ г) 0
5. Колко решения има уравнението $|x^2 - 5x| = 6$?
- а) 4 б) 1 в) 2 г) 3
6. Колко решения има уравнението $x + \sqrt{\frac{x}{2} + 2} = 2$?
- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4
7. Решенията на уравнението $9^{x+1} + 3^{x+2} - 18 = 0$ са:
- а) 1 и 2 б) 0 в) 0 и 2 г) 4
8. Решенията на уравнението $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$ са:
- а) 0 б) -1 и 2 в) 0 и 2 г) -1
9. Решенията на уравнението $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ са:
- а) 3 б) 2 и 4 в) 4 г) -3 и 4
10. Колко от решенията на системата $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ xy + 2 = 0 \end{cases}$ удовлетворяват условието $x - y > 2$?
- а) 0 б) 1 в) 2 г) 3

11. Най-голямото цяло число, което не е решение на неравенството $\frac{x^2 - 2x}{x + 1} > -1$ е:
- а) 4 б) -10 в) 2 г) -1
12. Решенията на неравенството $4|x + 2| < 2x + 10$ са:
- а) $(-\infty, 3)$ б) $(-3, 1)$ в) $(0, 1)$ г) $(-2, \infty)$
13. Колко цели числа са решения на неравенството $\sqrt{\frac{x+2}{1-2x}} < 3$?
- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4
14. Решенията на неравенството $\frac{1}{2^x - 4} > \frac{1}{2^x - 1}$ са:
- а) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$ б) $(-\infty, -10) \cup (1, \infty)$ в) $(-\infty, 2)$ г) $(2, \infty)$
15. Решенията на неравенството $\lg(x + 3) > \frac{1}{2} \lg(x + 5)$ са:
- а) $(-\infty, -1)$ б) $(-1, \infty)$ в) $(-\infty, 3)$ г) $(-\infty, -4)$
16. За кои стойности на параметъра a уравнението $x^2 - (a + 2)x - a + 1 = 0$ има точно един положителен корен ?
- а) $\{0\} \cup [1, \infty)$ б) $[0, \infty)$ в) $\{-1\} \cup [0, \infty)$ г) $\{1\} \cup [10, \infty)$
17. За кои стойности на параметъра p неравенството $(p - 2)x^2 + 2px + p - 3 < 0$ е изпълнено за всяко x ?
- а) $(-\infty, \frac{6}{5})$ б) $-1; 2$ в) $0; -1$ г) $(-\infty, -\frac{6}{5})$
18. Пресметнете стойността на израза $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$, ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 5x + 3 = 0$.
- а) 3 б) $\sqrt{2 + 5\sqrt{3}}$ в) $\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$ г) 5
19. Намерете сумата на всички цели числа от интервала $(6, 65)$, които се делят на три.
- а) 696 б) 648 в) 690 г) 684
20. Колко последователни члена, като се започне от първия, трябва да се вземат от аритметичната прогресия $5, 9, 13, 17, \dots$, така че сумата им да е 10877 ?
- а) 71 б) 72 в) 73 г) 74

21. Намерете първия член на геометрична прогресия, за която $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 13$ и $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 19,5$.

- а) 3,6 б) 6,8 в) 8,4 г) 1,6

22. Дадени са функциите $f(x) = x^2 + x$ и $g(x) = 1 - x^2$. Да се намери разстоянието между пресечните точки на графиките им.

- а) $\frac{3}{4}\sqrt{5}$ б) 3 в) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ г) $\frac{4}{3}\sqrt{5}$

23. Намерете квадратна функция $y = f(x)$, която приема максимална стойност 6,25 при $x = 0,5$ и $f(0) = 6$.

- а) $x^2 + x + 6$ б) $x^2 + 3x + 1$ в) $-x^2 + x + 6$ г) $x^2 - x + 6$

24. Да се опрости израза $\sqrt{1 + \sin 2x} + \sin x$, ако $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

- а) $\cos x$ б) $-\cos x$ в) $-\sin x$ г) $2\sin x + \cos x$

25. Ако $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$, то стойността на израза $\frac{1}{\sin x + \cos x + 1}$ е равна на:

- а) $\sqrt{3}$ б) $\sqrt{3} + 2$ в) $\sqrt{3} + 1$ г) $\sqrt{3} - 1$

26. Ако $\frac{\sin x - 5 \cos x}{\cos x - \sin x} = 1$, то $\operatorname{tg} x$ е:

- а) 1 б) -3 в) 13 г) 3

27. Най-голямата стойност на функцията $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-2\cos x}$ е:

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4

28. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $y = -2\sin^2 x - \cos^2 2x$.

- а) -6; 0 б) -5; $\frac{4}{3}$ в) -4; -1 г) -3; $-\frac{3}{4}$

29. В равнобедрен триъгълник основата $AB = 30$ см, а височината $CD = 20$ см. Намерете дължината на височината, спусната към едно от бедрата на триъгълника.

- а) 15 см б) 18 см в) 20 см г) 24 см

30. Периметърът на ромб е 16 см, а сумата от диагоналите му е 10 см. Намерете лицето на ромба.

- а) 5 кв. см б) 8 кв. дм в) 9 кв. см г) 10 кв. см

31. Две от страните на триъгълник сключват остър ъгъл и имат дължини 15 см и 20 см. Лицето на триъгълника е 90 кв. см. Намерете дължината на третата страна на триъгълника.

- а) $\sqrt{135}$ см б) $\sqrt{145}$ см в) 13 см г) 12 см

32. Страните на триъгълник имат дължини 7 см, 24 см и 25 см. Намерете отношението на радиуса на описаната окръжност към радиуса на вписаната окръжност.

- а) 4 б) $\frac{5}{3}$ в) $\frac{25}{6}$ г) $\frac{26}{5}$

33. В правоъгълен триъгълник е вписана полуокръжност, така че диаметърът ѝ лежи на хипотенузата, а центърът ѝ дели хипотенузата на отсечки с дължини 15 и 20. Намерете дължината на дъгата от полуокръжността, заключена между допирните точки с катетите.

- а) 2π б) 4π в) 6π г) 8π

34. Да се намери лицето на кръга, вписан в правоъгълен триъгълник, ако височината към хипотенузата я дели на отсечки с дължини 25,6 и 14,4.

- а) 60π б) 64π в) 66π г) 62π

35. Лицето на равнобедрен трапец, описан около окръжност, е равно на S . Намерете дължината на бедрото на трапеца, ако ъгълът при основата му е 30° .

- а) \sqrt{S} б) $\sqrt{2S}$ в) $\sqrt{3S}$ г) $\sqrt{5S}$

36. В $\triangle ABC$ AL и BN са ъглополовящи ($L \in BC, N \in AC$), а P е пресечната им точка. Намерете $\angle ACB$, ако около четириъгълника $CNPL$ може да се опише окръжност.

- а) $\frac{\pi}{3}$ б) $\frac{\pi}{6}$ в) $\frac{\pi}{2}$ г) $\frac{\pi}{4}$

37. В $\triangle ABC$ M и N са среди съответно на BC и AC , а G е пресечната точка на AM и BN . Намерете медианата през върха C , ако $AB = c$ и около четириъгълника $CNGM$ може да се опише окръжност.

- а) $\frac{c\sqrt{3}}{3}$ б) $\frac{c\sqrt{3}}{2}$ в) $\frac{c\sqrt{2}}{3}$ г) $\frac{c\sqrt{2}}{2}$

38. Даден е трапец $ABCD$ с основи $AB = 8$ и $CD = 2\sqrt{10}$. Намерете дължината на отсечката MN ($M \in AD, N \in BC$), ако тя е успоредна на основите на трапеца и $S_{ABNM} = 2S_{MNCD}$.

- а) $4\sqrt{3}$ б) $5\sqrt{3}$ в) $4\sqrt{3}$ г) $3\sqrt{3}$

39. Височината към хипотенузата на правоъгълен триъгълник е 9 см и разполовява ъглополовящата на единия от острите ъгли на триъгълника. Намерете лицето му.

- а) $14\sqrt{3}$ кв. см б) $48\sqrt{3}$ кв. см в) $52\sqrt{3}$ кв. см г) $54\sqrt{3}$ кв. см

40. Основата на права призма е равнобедрен $\triangle ABC$ с основа $AB = 4$ и $\angle ACB = 120^\circ$. Намерете обема на призмата, ако околната ѝ повърхнина е равна на сумата от лицата на основите.

- а) $\frac{8}{3}(2\sqrt{3} - 3)$ б) $\frac{4}{3}(2\sqrt{3} - 3)$ в) $\frac{5}{3}(2\sqrt{2} - 3)$ г) $\frac{8}{3}(3\sqrt{2} - 2)$